



## پرسش ۱

ثابت کنید هر درختی دوبخشی است و در بخش بزرگتر، برگ دارد و اگر اندازه دو بخش آن برابر باشد در هر دو بخش برگ دارد.

## پرسش ۲

فرض کنید  $G$  گرافی با  $2k + 1$  راس باشد که  $|E(G)| > k\Delta(G)$ . ثابت کنید  $\chi'(G) = \Delta(G) + 1$ .

## پرسش ۳

فرض کنید  $G$  گرافی ۶-منظم از مرتبه ۱۲۷ باشد.  $\chi'(G)$  را محاسبه کنید.

## پرسش ۴

یک جزیره به  $n$  استان با مساحت ۱ تقسیم شده است. حکومت جنگ طلب اکرم پروتون به جزیره جمله می‌کند و آن را به طریق جدیدی به  $n$  استان با مساحت ۱ تقسیم می‌کند. ثابت کنید این حکومت می‌تواند  $n$  استان‌داری در  $n$  نقطه از جزیره تاسیس کند به طوری که در هر دو مرزبندی فعلی و قبلی هر استان دقیقاً شامل یک استان‌داری باشد.

## پرسش ۵

(آ) شرکت سعید به نام کدج یک ساختمان بزرگ است که ۱۰۰۰ اتاق دارد. بین برخی از اتاق‌ها در وجود دارد. (درها دوطرفه هستند و بین هر دو اتاق حداکثر یک در داریم.) سعید از پیچیدگی متنفر است و ساختمان شرکتش را طوری طراحی کرده که از هر اتاق به هر اتاق دیگر دقیقاً به یک طریق بتوان رفت. نیما که از دشمنان قدیمی سعید است برای دزدیدن اسناد شرکت وارد شرکت شده است. سعید که برای شرکتش تدابیر امنیتی اندیشیده از خشایار می‌خواهد تا با تعدادی شیر نگهبان، نیما را بخورد. اگر در لحظه‌ای یک شیر نگهبان با نیما در یک اتاق قرار گیرد نیما خورده می‌شود. همچنین در هر دقیقه نیما و تمام شیرها هر کدام یا حرکتی نمی‌کنند یا از اتاقی که هستند به یکی از اتاق‌های کناری (اتاقی که به آن در هست.) می‌روند. توجه کنید که هر اتاق دارای دوربین است و خشایار به دوربین‌ها دسترسی دارد و می‌تواند شیرها را هدایت کند. خشایار حداقل چند شیر نگهبان نیاز دارد تا مطمئن باشد پس از مدتی نیما خورده خواهد شد؟ (نیما دزد زیرکی است و می‌تواند حرکت شیر نگهبان‌ها را پیشبینی کند.)

(امتیازی) ب) شرکت اکرم پروتون که تیم پیشرفته‌ای در برنامه‌نویسی دارد سیستم امنیتی شرکت کدج را هک کرده و دوربین‌ها را غیرفعال کرده است. حال خشایار حداقل چند شیر نگهبان نیاز دارد تا مطمئن باشد پس از مدتی نیما خورده خواهد شد؟ (نیما دزد زیرکی است و می‌تواند حرکت شیر نگهبان‌ها را پیشبینی کند.)