



پرسش ۱

آ) با استفاده از قضیه فرما نشان دهید هر عدد صحیح به شکل $a^2 \pm a + 1$ نمی تواند عامل اول به شکل $3k + 2$ داشته باشد.

ب) فرض کنید دنباله x_n از اعداد صحیح به این صورت تعریف می شود که x_0 یک عدد صحیح نامنفی دلخواه بوده و باقی اعضای دنباله به صورت $x_{n+1} = 1 + \prod_{0 \leq i \leq n} x_i$ تعریف می شود. ثابت کنید بی نهایت عدد اول p وجود دارد که هیچکدام از جملات این دنباله را عاد نمی کند.

پرسش ۲

فرض کنید p عددی اول و a_1, a_2, \dots, a_p تصاعدی حسابی باشد که قدر نسبت آن به p بخش پذیر نیست. ثابت کنید عدد i وجود دارد که

$$a_i + a_1 a_2 \dots a_p \equiv 0 \pmod{p^2}$$

پرسش ۳

برای هر دو عدد طبیعی n, k ثابت کنید n عدد طبیعی متوالی وجود دارند که تعداد مقسوم علیه های هر یک بر k بخش پذیر باشند.