



پرسش ۱

ثابت کنید گزاره‌های زیر همیشه درست هستند.

آ) $(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge r) \rightarrow q \vee (p \wedge r)$

ب) $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \rightarrow (q \vee r)$

پ) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

پرسش ۲

فرض کنید برای هر گزاره P مجموعه‌ی X_P مجموعه عملگرهای استفاده شده در P باشد.

برای مثال اگر $P = (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge r) \rightarrow q \vee (p \wedge r)$ آن‌گاه $X_P = \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$ می‌شود.

آ) ثابت کنید برای هر گزاره‌ی P گزاره‌ی Q معادل با P وجود دارد به طوری که $X_Q \subseteq \{\neg, \wedge\}$

ب) ثابت کنید برای هر گزاره‌ی P گزاره‌ی Q معادل با P وجود دارد به طوری که $X_Q \subseteq \{\neg, \vee\}$

پرسش ۳

درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی کنید.

آ) $((((p \vee q) \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg q) \rightarrow (((q \rightarrow \neg p) \vee r) \rightarrow \neg p) \equiv p \rightarrow q$

ب) $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$

پ) $\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x) \equiv \exists x(P(x) \wedge Q(x))$

پرسش ۴

درستی یا نادرستی عبارات زیر را برای مجموعه‌های دلخواه بررسی کنید.

آ) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ب) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

پ) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$ ت) $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$

پرسش ۵

آ) برای هر دو مجموعه دلخواه A و B نشان دهید رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$$

ب) برای هر دو مجموعه دلخواه A و B نشان دهید رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$$

و تحت چه شرایطی تساوی برقرار است؟

پرسش ۶

فرض کنید تابع $f : X \rightarrow Y$ و دو زیرمجموعه‌ی دلخواه A و B از X را داریم.

آ) نشان دهید $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

ب) همچنین نشان دهید $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$

پ) و نشان دهید اگر f تابعی یک به یک باشد آن‌گاه در قسمت ب تساوی برقرار می‌شود.