

فرض کنید $T \in L(\mathbb{R}^3)$ و $T(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z + x)$. ماتریس نمایش T را نسبت به پایه زیر بیابید:

$$(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$$

سؤال ۱

کامل

نمره از ۲.۰۰

۳ علامت زدن

سؤال



ویرایش سؤال

سؤال ۲

کامل

نمره از ۲.۰۰

۳ علامت زدن

سؤال

 ویرایش سؤال

الف) قضیه اساسی نگاشت های خطی را دقیقاً بیان کنید.

ب) اگر V فضای برداری با بعد متناهی باشد و $T \in L(V)$ و داشته باشیم $T^2 = 0$. نشان دهید

$$\dim \text{range } T \leq \dim V / 2$$

سؤال ۳

کامل

نمره از ۱.۵۰

۳ علامت زدن

سؤال



ویرایش سؤال

اگر A, B دو ماتریس n در n با درایه های حقیقی باشند که $AB = 0$ نشان دهید

$$r(A) + r(B) \leq n$$

منظور از r رتبه ماتریس است.

سؤال ۴

کامل

نمره از ۱.۵۰

۳ علامت زدن

سؤال



ویرایش سؤال

اگر V یک فضای بعد متناهی و $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \in V'$ سه عنصر مستقل خطی باشند نشان دهید

$$\dim(\text{null}\phi_1 \cap \text{null}\phi_2 \cap \text{null}\phi_3) = \dim V - 3$$

سؤال ۵

کامل

نمره از ۲.۰۰

۳ علامت زدن

سؤال



ویرایش سؤال

اگر V یک فضای برداری و $A = v_1, v_2, \dots, v_n$ مجموعه متشکل از بردارهای مستقل خطی باشند و به علاوه $B = v_1 + v_2, v_2 + v_3, \dots, v_n + v_1$ نشان دهید اگر n زوج باشد اعضای B وابسته خطی و در غیر اینصورت مستقل خطی اند.

سؤال ۶

کامل

نمره از ۱۰۰۰

۳ علامت زدن

سؤال

ویرایش سؤال 

اگر V فضای برداری روی اعداد حقیقی باشد و V_1, V_2 دو زیرفضای آن باشند و $V = V_1 \cup V_2$. آیا الزاما یکی از دو زیرفضا برابر V است؟ چرا؟