



سوال ۱

فرض کنید $n \neq m$ دو عدد طبیعی باشند. فرض کنید A یک ماتریس $m \times n$ با درایه‌های حقیقی و B یک ماتریس $n \times m$ با درایه‌های حقیقی باشد. ثابت کنید حداقل یکی از AB و BA وارون ناپذیر هستند.

سوال ۲

فرض کنید U زیرفضای تولید شده در \mathbb{R}^5 توسط بردارهای زیر باشد:

$$u_1 = (0, 1, 2, -1, 0), \quad u_2 = (1, 6, -3, 0, 2), \quad u_3 = (4, -2, 0, 1, -1)$$

پایه‌ای برای پوچ ساز U بیابید.

سوال ۳

فرض کنید U_1, U_2, U_3 سه زیرفضا از یک فضای برداری متناهی بُعدی باشد، آیا رابطه‌ی زیر درست است؟ یا آن را اثبات کنید یا برایش مثال نقض بیاورید.

$$\begin{aligned} & \dim(U_1 + U_2 + U_3) \\ &= \dim(U_1) + \dim(U_2) + \dim(U_3) \\ & - \dim(U_1 \cap U_2) - \dim(U_2 \cap U_3) - \dim(U_3 \cap U_1) \\ & + \dim(U_1 \cap U_2 \cap U_3) \end{aligned}$$

سوال ۴

ثابت کنید زیرمجموعه‌ی ناتهی $A \subset V$ یک زیرمجموعه‌ی آفین از V است اگر و تنها اگر $\lambda v + (1 - \lambda)w \in A$ برای هر $v, w \in A$ و هر $\lambda \in F$.