



مدرس: دکتر علیرضا رنجبر

جبر خطی

تمرین سری سه

در تمارین زیر  $V$  را یک فضای متناهی بعدی روی میدان اعداد مختلط و  $V \rightarrow V$  را یک عملگر در نظر بگیرید.

پرسش ۱ - ( صفحه 266 ، شماره 1 )

نشان دهید  $A$  می‌تواند به صورت  $A = D + N$  که در آن  $D$  یک عملگر قطری شدنی و  $N$  عملگری پوچ توان است، و همچنین داریم  $ND = DN$ ، نمایش داده شود.

پرسش ۲ - ( صفحه 266 ، شماره 3 )

فرض کنید  $V$  دوری باشد. همچنین  $f$  را یک چندجمله‌ای در نظر بگیرید. مقادیر ویژه  $f(A)$  را با توجه به مقادیر ویژه  $A$  توصیف کنید. همچنین سوال را در حالتی که  $V$  دوری نباشد نیز حل کنید.

پرسش ۳ - ( صفحه 266 ، شماره 5 )

$P_A$  را چندجمله‌ای مشخصه  $A$  در نظر بگیرید و آنرا به صورت حاصلضرب زیر بنویسید

$$P_A(t) = \prod_{i=1}^r (t - \alpha_i)^{m_i}$$

که در آن  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  متمایزند. اگر  $f$  یک چندجمله‌ای باشد، چندجمله‌ای مشخصه  $P_{f(A)}$  را به صورت حاصلضرب عواملی با درجه 1 نمایش دهید.