



تمرین سری یک

پرسش ۱ - (صفحه 9 ، شماره 1)

فرض کنید V یک فضای برداری باشد. با استفاده از خاصیت های $VS 1$ تا $VS 8$ نشان دهید که اگر c یک عدد باشد، آنگاه داریم $cO = O$.

پرسش ۲ - (صفحه 9 ، شماره 4)

فرض کنید V یک فضای برداری باشد و v, w دو عضو آن باشند. اگر داشته باشیم $v + w = O$ ، نشان دهید $w = -v$.

پرسش ۳ - (صفحه 9 ، شماره 6)

فرض کنید V_1 و V_2 دو بردار در R^n باشند. نشان دهید مجموعه همه بردار های B در R^n که B عمود بر هر دو A_1 و A_2 می باشد یک زیرفضا است.

پرسش ۴ - (صفحه 9 ، شماره 9)

نشان دهید مجموعه های زیر از اعضای R^3 تشکیل یک زیرفضا می دهند.

- مجموعه همه (x, y, z) ها به صورتی که داشته باشیم $x + y + z = 0$.
- مجموعه همه (x, y, z) ها به طوری که داشته باشیم $x = y$ و $2y = z$.
- مجموعه همه (x, y, z) ها به طوری که داشته باشیم $x + y = 3z$.

پرسش ۵ - (صفحه 9 ، شماره 10)

اگر U, W دو زیرفضا از فضای برداری V باشند، نشان دهید که $U \cap W$ و $U + W$ نیز زیرفضا می باشند.

پرسش ۶ - (صفحه 14 ، شماره 4)

فرض کنید (a, b) و (c, d) دو بردار در صفحه باشند. اگر $ad - bc = 0$ ، نشان دهید که این دو بردار وابسته خطی اند. همچنین نشان دهید اگر $ad - bc \neq 0$ این دو بردار مستقل خطی می باشند.

پرسش ۷ - (صفحه 15 ، شماره 9)

فرض کنید A_1, \dots, A_r بردار هایی در R^n باشند که دو به دو بر یکدیگر عمود هستند، و هیچ کدام نیز برابر O نیستند. اثبات کنید که این بردار ها مستقل خطی اند.

پرسش ۸ - (صفحه 22 ، شماره 1)

فرض کنید $V = R^2$ و W زیرفضای تولید شده توسط $(2, 1)$ باشد. همچنین فرض کنید U زیرفضای تولید شده توسط $(0, 1)$ باشد. نشان دهید V جمع مستقیم W و U است. همچنین اگر U' زیرفضای تولید شده توسط $(1, 1)$ باشد، نشان دهید V جمع مستقیم U' و W نیز می باشد.

پرسش ۹ - (صفحه 22 ، شماره 4)

آخرین ادعای این قسمت که مربوط به بعد $U \times W$ می باشد را اثبات کنید. همچنین اثبات کنید اگر $\{u_1, \dots, u_r\}$ پایه ای برای U باشد و $\{w_1, \dots, w_s\}$ پایه ای برای W باشد، پایه ای برای $U \times W$ به چه صورت است.